Křupka Jiří, Vítek Miloš (editoři). Systémové konflikty.
Vydání první, náklad 200, Vydavatelství Univerzity Pardubice: Pardubice, 2011, 256 s. ISBN 978-80-7395-441-3.

SYNTÉZA FYZIKÁLNÍHO OPTIMÁLNÍHO SYSTÉMU

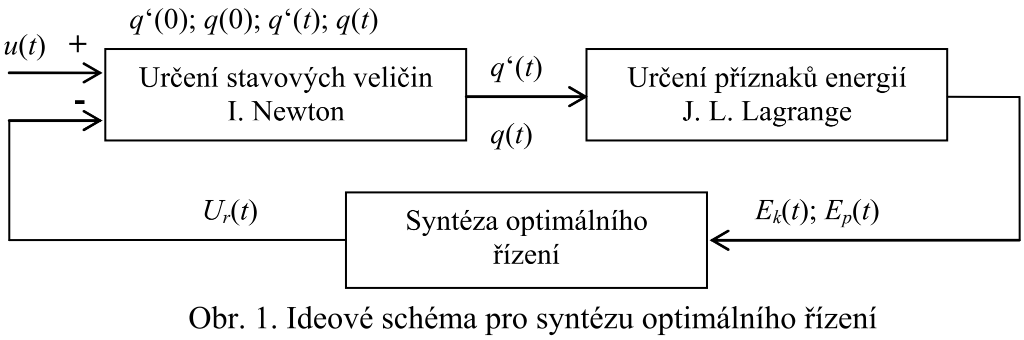
Miroslav Barvíř

Konec 20. a počátek 21. století znamená podstatný průnik elektronické výpočetní techniky do rozborů dynamických procesů. Byly to nejdříve analogové počítače, které byly založeny na fyzikální analogii. Později se prosadily číslicové počítače a stále výrazněji se prosazují i v současnosti. Je to tím, že dovolují využívat jednou již připravené programy a že pokračuje jejich neuvěřitelná fyzikální miniaturizace.

Již v průběhu 21. století se výpočty posunují směrem, aby výpočet zajišťoval co nejrychlejší dosažení optimálních trajektorií dynamických procesů. Ukázalo se, že vyhledávání extrémů je nová úloha, jejichž řešení si mnohdy vyžádá hodně času a úsilí. Dosti často nás zajímají jen optimální řešení a každé jiné je pro nás nepřijatelné časovou ztrátou náročného vlastního výpočtu. Problémy zadání se přesouvají z oblasti čistě výpočtové do oblasti analytického fyzikálního popisu. Do zadávání úloh pro modelování vstupují analytici, schopní matematicky popsat řešenou problematiku a posléze uživatelé počítačů, kteří mají optimálně provést numerický výpočet pomocí počítače. Analytik by měl vědět jak má optimálním způsobem popsat systém, aby výpočet určoval modelovou trajektorii vzhledem ke zvolenému kritériu. Zvolíme kriterium nejkratšího času a ukážeme, jak lze tuto úlohu řešit. Detailně lze úlohu sledovat v [1].

Zdá se, že atomizovaná (na jednotlivé prvky rozdělená) příroda je ve svém principu poměrně jednoduchá a dynamika může být popsána souborem diferenciálních rovnic nejvýše druhého řádu. Ty složitější vznikají kombinací rovnic druhého řádu [2]. Studujeme-li atomizovanou část přední části vodní vlny, tak můžeme předvídat její chování i bez znalosti dynamických rovnic. Navíc víme, že na „čele vlny“ není žádný počítač, který by určoval směr jejího toku a ještě vyhledával optimální extremní trasu tohoto pohybu. Musíme připustit, že důvodem pohybu v přírodě jsou jiné příznakové veličiny. Na tyto veličiny narazil již v 18. století Joseph Louis Lagrange (1736-1813). Pojmenoval je energiemi. Využil geniálních poznatků Isaaca Newtona (1643-1727). J. L. Lagrange se věnoval příznakovým vlastnostem rovnic I. Newtona a pracoval v období kdy se zdaleka plně nerozvinula teorie extremálních (optimálních) úloh. Ukázal však rovnocennost popisu, buď souřadnicemi pohybu nebo jejich příznakovými energiemi.

Hledáme řešení úlohy, nám v podstatě generuje příčinnou zpětnou vazbu pomocí příznakových energetických funkcí pro optimální trajektorii. Správný matematický určuje okamžité řízení jako optimální spojnici zadaných okrajových bodů. Ideové schéma pro syntézu optimálního řízení je uvedeno na obr. 1 [1].



Obr. 1. Ideové schéma pro syntézu optimálního řízení

Základní typ Newtonovy rovnice 2 řádu je ve tvaru:

$$u_r(t) = Q_v(t) - B_1K2q'(t) - D_1K1q(t). \quad (1)$$

Základní matematický popis syntézy časově optimálního řízení je tvořen rovnicemi (2) až (11):

$$Q_V(t) = u_r(t) + u_k(t) - D_1K1q(t) - B_1K2q'(t), \text{ kde:} \quad (2)$$

$u_r(t)$	je řízení určené syntézou,	
$u_k(t)$	je řízení pro kontrolu statiky,	
$q'(t) = K3\frac{1}{M1}\int_0^t Q_v(t)dt$	je souřadnice zobecněné rychlosti,	(3)
$q(t) = \int_0^t q'(t)dt$	je souřadnice zobecněné výchylky,	(4)
$E_p(t) = \frac{1}{2}D_1\{q(t)\}^2$	je složka potenciální energie,	(5)
$E_k(t) = \frac{1}{2}M_1\{q'(t)\}^2$	je složka kinetické energie,	(6)
$E_{ps}(t) = E_p(t) sign\ q(t)$	je odchylková potenciální energie,	(7)
$E_{ks}(t) = E_k(t) sign\ q'(t)$	je odchylková kinetická energie,	(8)
$E(t) = E_p(t) + E_k(t)$	je celková energie,	(9)
$E_s(t) = E_{ps}(t) + E_{ks}(t)$	je celková odchylková energie,	(10)
$E_r(t) = E(t) + E_s(t)$	je součet protínaných energií.	(11)

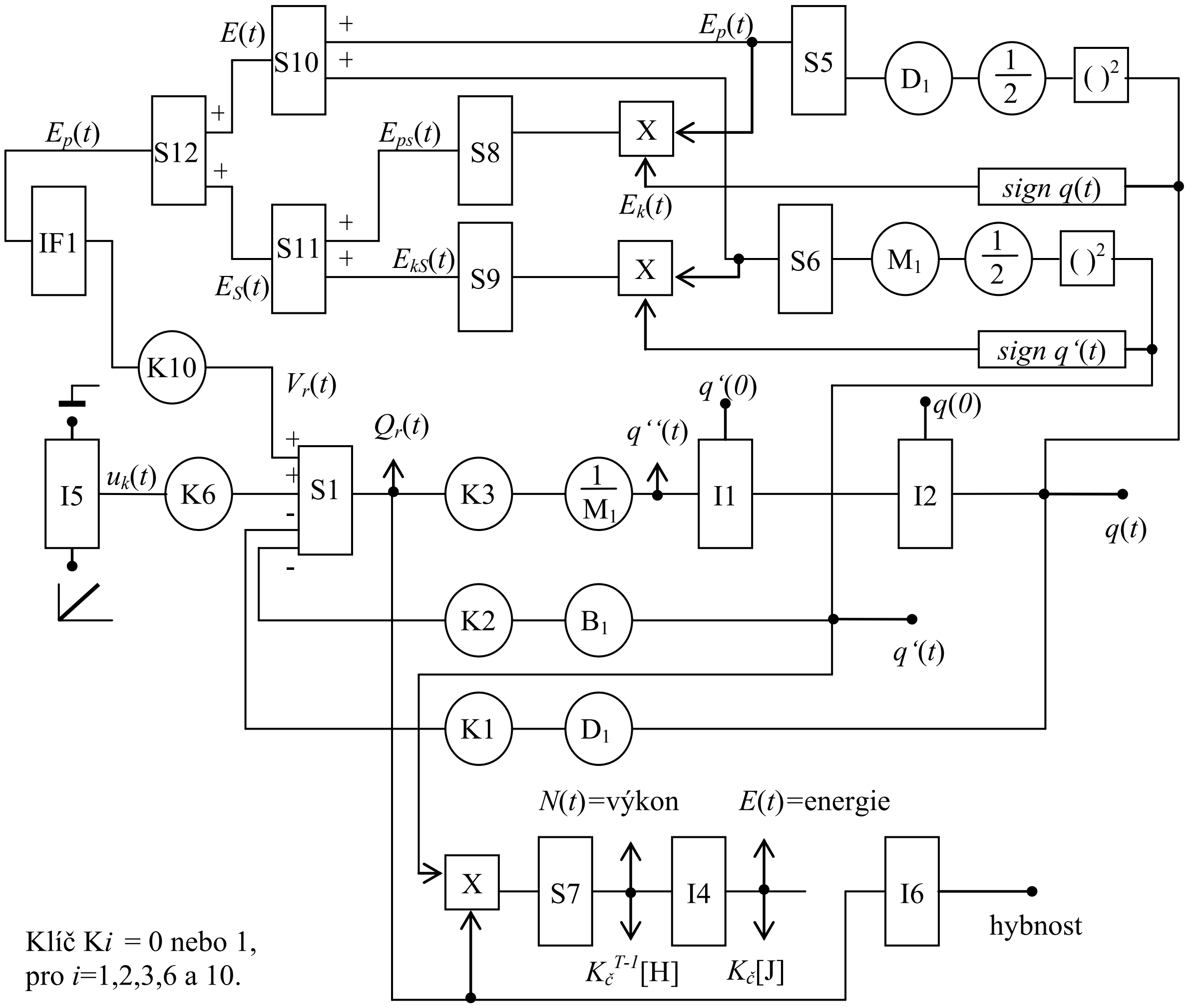
Na $N(t)$ lze pozorovat výkon na S4, $E(t)$ lze pozorovat práci na I4, $H(t)$ lze pozorovat hybnost na I6, když platí:

$$N(t) = Q_v(t)\ q'(t),\ E(t) = \int_0^t N(t)dt,\ H(t) = \int_0^t Q_v(t)dt \text{ a} \quad (12)$$

$$\text{IF1} = E_r(t) \geq 0 \text{ potom } U_r(t) = -0{,}4 \text{ nebo } E_r(t) < 0 \text{ potom } U_r(t) = 1. \quad (13)$$

Rovnice (2) – (4) popisují dle Newtona pohybové trajektorie systému. Rovnice (5) a (6) určují potenciální a kinetickou energii pomocí složek Lagrangeovy funkce. Autor článku Barvíř M. (1929) zavádí do studia syntézy kladnou a zápornou odchylkovou složku těchto funkcí od koncového bodu rovnicemi (7) a (8). Protínání okamžitých energií v rovnici (11) pak určuje přepínací okamžiky mezi kladným a záporným řízením. To v případě, zvolíme-li pro řízení pouze dva maximálně přípustné zobecněné signály různé polarity. Matematické (modelové) schéma pro číslicový počítač je uvedeno na obr. 2.

Ukážeme si nyní jednoduchý příklad časově optimální syntézy. Volíme M_1=1 [kg], $D_1=1MT^{-2}$, B_1=0 (poznámka: parametry jsou vyjádřeny v symbolech značení SI př. $1MT^{-2}$= 1[kgsec^{-2}]). Takto zvolené parametry vytvoří trajektorii z částí kružnic navazujících v optimálních časech. K řízení použijeme kladný signál $u_2(t)max$=0,4MLT^{-2} a záporný $u_1(t)max$= -1MLT^{-2}. Řídit budeme jen v souřadnici $q(t)$. Ale můžeme řídit i v $q'(t)$. Můžeme též v průběhu řízení parametry průběžně měnit ve velikosti i v čase. Rovnice (2) – (11) nám dovoluje zakreslit programové schéma syntézy, viz obr. 2.



Obr. 2. Matematické (modelové) schéma pro číslicový počítač

Obr. 2 má ve své struktuře zakresleny koeficienty Ki (i = 1-n), které nám dovolují snadno měnit strukturu vyšetřovaného systému. Např. K1 = 0 způsobí změnu kružnic v paraboly, atp. Schéma nám dovoluje pomocí bloků sumátoru S7 a integrátoru I4 pozorovat okamžité výkony a energii v systému.

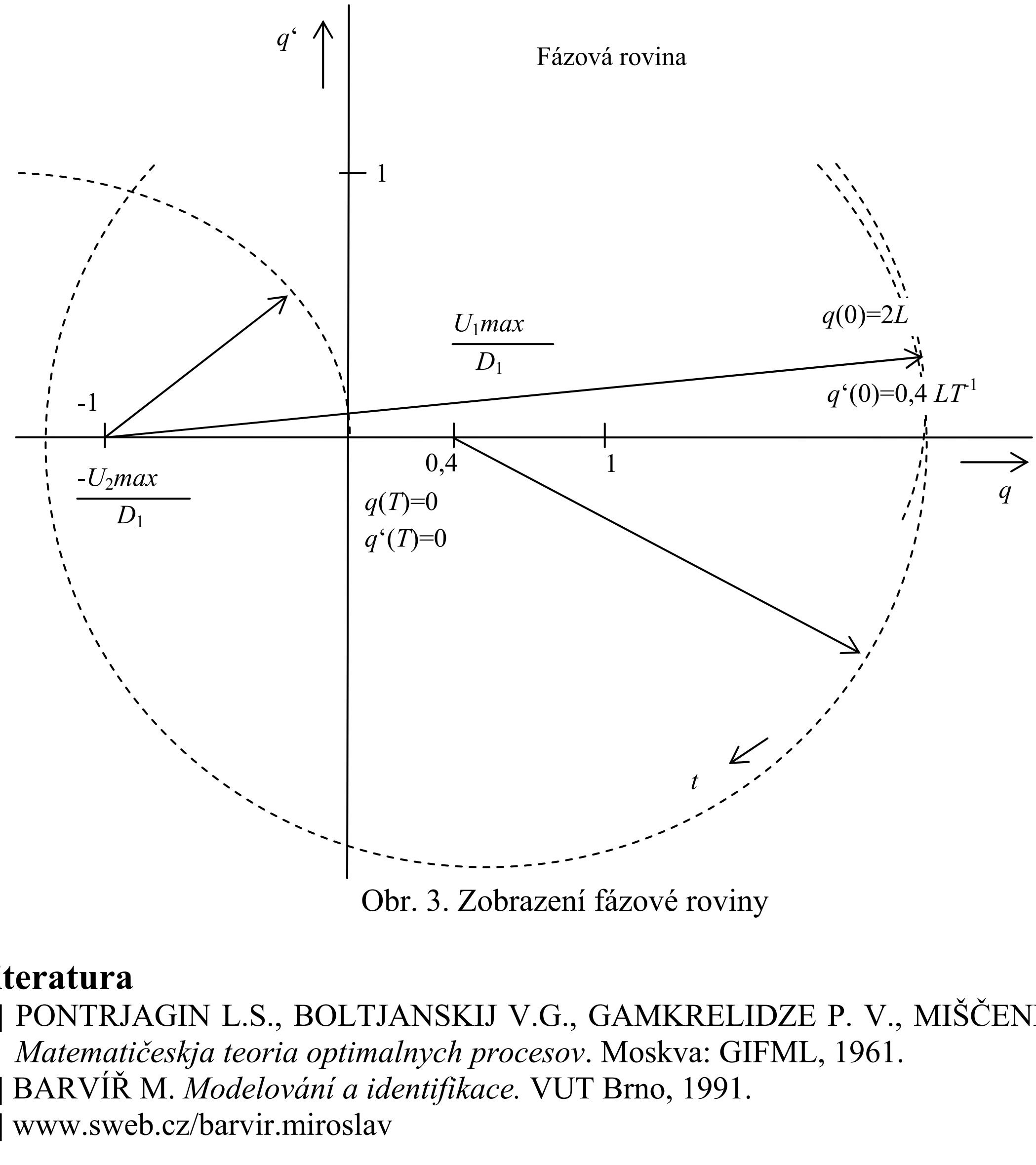
Sumační krok *dt* je velmi krátký a je ovlivněn volbou numerické metody. Lze konstatovat, že počítáme vždy pro jeden sumační krok s linearizovaným dynamickým modelem. Poměrně snadno můžeme vyšetřovat nelineární systémy. Okamžité hodnoty průběhů v systému získáme v každém sumačním kroku nebo jejich libovolném násobku změnou časového měřítka.

Systém je představen bloky S1, I1, I2 a odpovídajícími zpětnými vazbami dle použité struktury. Bloky S10 a S11 generují požadované řízení podle zvoleného kriteria. Zvolené okrajové body v demonstračním příkladě jsou $q'(0)=0{,}4\ LT^{-1}$, $q(0)=2L$ a $q'(T)=q(T)=0$. Lze sledovat časové okamžiky optimálního řízení ve fázové rovině (viz obr. 3), případně tutéž úlohu v závislosti na čase.

Závěrem několik poznámek:

- pro naznačenou syntézu je nutno přistoupit atomizací k popisu složitých systémů na soubor diferenciálních rovnic druhého řádu pomocí zobecněných parametrů
- složité systémy mohou mít vnořené podsystémy též druhého řádu
- pro analýzu je nutné proniknout do fyzikální podstaty problematiky

- je žádoucí, aby popis atomizované soustavy druhého řádu byl naprosto jasný každému absolventu základního studia všech odborných specializací včetně humanitních
- dosáhneme tím u všech absolventů ekonomické gramotnosti a jednotnosti dynamické terminologie usnadníme jejich vzájemnou komunikaci **přes finanční systémy,** které popíšeme v jiném příspěvku
- všechny vědní obory realizují pohyb v důsledku transformace energie
- filozofická podstata všech oborů je jednotná svými zobecněnými parametry
- příznakem srovnávání systémů je vykonaná práce 1 Joulem, který je jednoduše převoditelný na finanční jednotku v dané lokalitě
- je nutné se zamyslet nad roztříštěností a specializací vědních oborů
- přišla doba pro snadné počítačové vyšetřování systémů a jejich optimální řízení



Obr. 3. Zobrazení fázové roviny

Literatura

[1] PONTRJAGIN L.S., BOLTJANSKIJ V.G., GAMKRELIDZE P. V., MIŠČENKO E. F.: *Matematičeskja teoria optimalnych procesov*. Moskva: GIFML, 1961.
[2] BARVÍŘ M. *Modelování a identifikace.* VUT Brno, 1991.
[3] www.sweb.cz/barvir.miroslav

Abstrakt: V příspěvku se popisuje způsob syntézy optimální trajektorie dynamického systému druhého řádu. V předkládané práci ukazujeme, jak je možno využít příznakových integrálních funkcí kinetické a potenciální okamžité energie k výpočtu optimální trajektorie pomocí počítače.

Klíčová slova: Synergetika optimálních systémů; Fyzikální problematika; Program pro počítač.

Title: SYNTHESIS OF AN OPTIMIZED PHYSICAL SYSTEM

Abstract: The paper deals with the description of the procedure of optimizing a second order dynamic system. It is assumed, that a wide variety of dynamic systemes can be essentially transformed to such a model system. Through estimation of instantaneous values of certain energy symptoms and boundary conditions, the procedure enables to determine in a single computing pass the optimal, selected criteria satisfying phase trajectory of the system between two selected model points.

Key words: Synergetics of optimized systems; Physical interpretation; Specialized program.

Adresa autora:
doc. Ing. Miroslav Barvíř, CSc.
Kobylín 6
644 00 Brno
barvir.mirek@email.cz

Článek byl vypracován ke konferenci „Systémové konflikty“ v Pardubicích, v červnu 2011.